Tarea
Transformada de Laplace

1 Ejercicio 1

Resuelva los siguientes ejercicios utilizando la tranformada de Laplace

a)

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 5y = \sin(3t) \tag{1}$$

con $y(0) = -1$ y $y\prime(0) = 2$.

b)

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 2y = 5 - e^{(-t)}\cos(t) \tag{2}$$

con $y(0) = 1$ y $y\prime(0) = 1$.

c)

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = 3 - e^{(-t)} \tag{3}$$

con $y(0) = -1$ y $y\prime(0) = 0$.

2 Ejercicio 2

El sistema masa-resorte (figura 1), afectado por fricción viscosa y perturbaciones externas está descrito por la ecuación diferencial ordinaria

$$m\ddot{x} = -kx + \phi(\dot{x}) + w + \tau \tag{4}$$

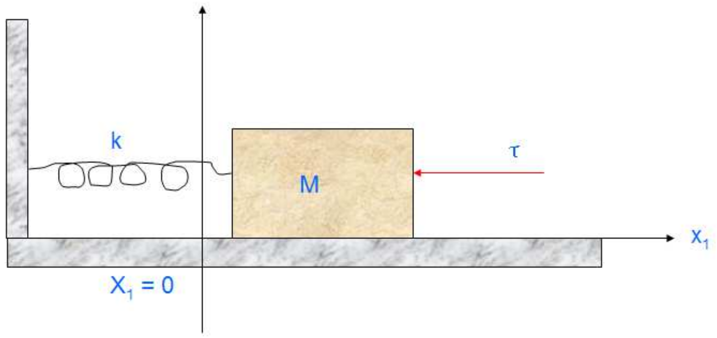

Figure 1: Sistema masa-resorte.

Se utiliza el modelo clásico para la fricción $\phi(\dot{x}) = \mu_v \dot{x} + \mu_c \mathrm{sgn}(\dot{x})$, donde μ_v denota el coeficiente de la fricción viscosa, μ_c denota el coeficiente de la fricción seca, $|w| \leq M$ denota una perturbación externa y acotada, m es la masa del sistema, k es la constante del resorte y τ denota la entrada de control del sistema mecánico.

Considere condiciones iniciales iguales a cero. Analice el sistema (4) en lazo cerrado de tal forma que el sistema sea estable y calcule el error en estado permanente utilizando :

a) control proporcional, con $k = 3$, $m = 2$, $\mu = 0$ y $w = \sin(t)$,

b) control integral, con $k = 0.2$, $m = 2$, $\mu = 2$ y $w = \sin(\pi t)e^{(-t)}$,

c) control derivativo, con $k = 1$, $m = 2$, $\mu = 0.5$ y $w = 2\sin(\pi t)$,

d) control PI, con $k = 4$, $m = 2$, $\mu = 2$ y $w = 4\cos(t)$,

e) control PD, con $k = 0.1$, $m = 2$, $\mu = 0.2$ y $w = 0.1\sin(t)$, ubique los polos en $p_1 = -2$ y $p_2 = -3$ y

f) control PID, con $k = 5$, $m = 2$, $\mu = 1$ y $w = -3\sin(\pi t)$, ubique los polos en $p_1 = -2$ y $p_1 = -4$, ubique los polos en $p_1 = -2$, $p_2 = -3$, $p_3 = -1$

Hint: Utilice una cota para la fricción.